Ano 25º Lisboa, Outubro 2009 Nº 279

Jornal de Mathemática Elementar

Endereço de Email
jme@spm.pt

PUBLICAÇÃO MENSAL

Director Honorário: Sérgio Macias Marques

Director: Jorge Nuno Silva

Preço: ***1,80€*** **(IVA incluído)**

A publicação de mais um volume das obras de Pedro Nunes, *De arte atque ratione navigandi*, levou-nos à conversa com Henrique Leitão, coordenador da respectiva Comissão Científica. Ver pág. 9.

Jorge Nuno Silva

FICHA TÉCNICA

Registo nº 110029-ISSN 1646-978X
Nº Contribuinte 501065792
Impressão Repro 2000
Tiragem 1000 exemplares
Redacção e Administração
SPM. Av. da República, 45-3º
1050-187 Lisboa
Tel. 217 939 785

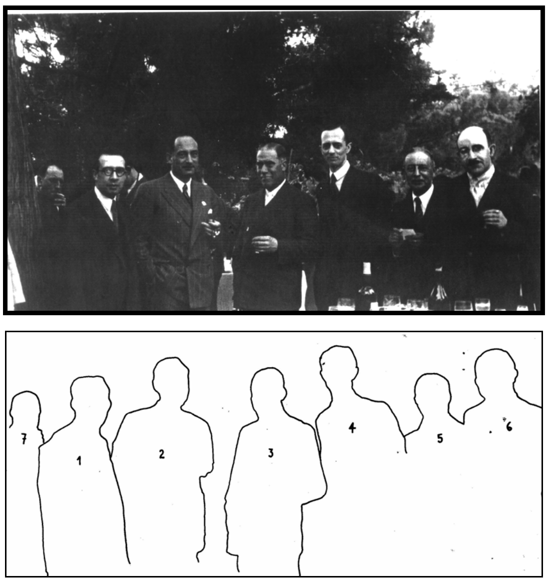
Galeria de Matemáticos

Paulo Almeida

Vicente Gonçalves:

antigo e moderno

Parte II



2 – José Vicente Gonçalves

Como interpretar o indiscutível apreço com que relata uma autocrítica de Pedro José da Cunha quando este, nas palavras de perfeição literária de Vicente Gonçalves, "deplora [a] sua menor diligência na inquirição da verdade, por desprevenida confiança na magistratura e isenção dos seus ilustres predecessores"? É significativa da estirpe do homem de cultura a lição que com indisfarçável felicidade retira do deslize: "Recolhera [P.J. da C.] o depoimento da erudição estritamente científica mas alheara-se totalmente da erudição literária.

Daí a necessidade de reinstruir o processo, reabrir o debate"[13]. E não deverá interpretar-se o esclarecimento de Gonçalves na questão das relações entre Anastácio da Cunha e Monteiro da Rocha[14] como uma preocupação de reajuste do mesmo timbre?

As muitas certezas aguçavam-lhe a crítica e a fatal circunstância de pela natureza das coisas, ser próprio das novidades – ou de quem se quer fazer ouvir – o ter de pôr-se em bicos dos pés para se afirmar, instilava em Vicente Gonçalves uma pedagógica dúvida – vista por incautos como rejeição – prévia ao veredicto do seu exigente crivo.

O carácter clássico dos tema em que progressivamente exercia a sua actividade de índole científica, não o impediu de ser no nosso meio um referencial de respeito mesmo entre os mais jovens, fossem eles um Sebastião e Silva, todo ele modernidade, escandalizado com o zelo de prudência de Gonçalves, levando-o a considerar que "com o Vicente tudo é proibido"[15]. Nem o seu "conservadorismo" – que o levou por exemplo a confessar a um aluno[16] que "o anti-colonianismo, como as chamadas 'matemáticas modernas', é uma moda que passará como todas as modas" – o impediu de ser respeitado pelos mais revolucionários". Bento de Jesus Caraça e António Aniceto Monteiro souberam apreciar Gonçalves com isenção nutrindo por ele grande estima; anote-se que também eram por ele tidos em muito alto apreço[17]. O simples facto de Vicente Gonçalves ter contribuído com dez artigos nos cinco primeiros

---

[13] J. Vicente Gonçalves, *op. cit.*

[14] J. Vicente Gonçalves, "Relações entre Anastácio da Cunha e Monteiro da Rocha (1773 – 1786)", *Mems. da Academia das Ciências de Lisboa*, Ciências, XXI, 1976-77.

É bem conhecida a importância, no realce dado a Cunha, do trabalho de Vicente Gonçalves "Análise do livro VIII dos princípios Mathematicos de José Anastácio da Cunha" em *Actas do Congresso do Mundo Português*, vol. XII, Lisboa, 1940. Vicente Gonçalves, que a propósito das séries anota no seu *Curso de Álgebra Superior* que "Cunha desenvolve impecavelmente alguns pontos da doutrina", folgaria em saber que, na esteira do seu labor, muitos, fora da Península, propõem para o "critério geral de Cauchy" o designativo de Cauchy-Cunha".

Sobre um outro nome que encomiadamente referia, o Álvaro Tomás (*fl.* 1509) – descoberto em 1913 por Rey Pastor – recaiu tremenda fatalidade, em parte resultante de equívocos com origem no amadorismo histórico, a tal ponto que melhor seria o vazio que o pouco que vimos escrever entre nós sobre este ilustre português.

[15] Sobre as relações entre Vicente Gonçalves e Sebastião e Silva recorremos à memória de alguns dilectos discípulos deste: João dos Santos Guerreiro, Jaime Campos Ferreira, João Silva Oliveira e Artur Vaz Ferreira.

[16] José Manuel Ferreira.

[17] Neste particular é valioso o testemunho íntimo de António Luís Chichorro Marcão.

números – 1937 a 46 – da revista P*ortugaliae Mathematica*, editada por António Monteiro – com a cooperação de José Silva Paulo, Hugo Ribeiro e Manuel Zaluar Nunes – atesta indubitavelmente, por um lado a credibilidade que aos olhos de Gonçalves, Monteiro emprestava à revista e por outro a representatividade que Monteiro reconhecia em Gonçalves, digna de respeito numa revista destinada à divulgação internacional[18].

O episódio seguinte que não resistimos a relatar reflecte a situação: a partir de 1942 a secção de Matemática da Faculdade de Ciências do Porto fervia de iniciativas[19] promovendo conferências no âmbito da matemática e da física: António Monteiro fala de topologia geral, Manuel Valadares de radioactividade, Aurélio Marques da Silva da materialização da energia e da fissão nuclear, além dos cursos livres de António Almeida e Costa sobre a aplicação à física da teoria dos grupos e de Manuel Gonçalves de Miranda sobre as aplicações do cálculo tensorial; note-se que só Valadares e Marques da Silva não trabalhavam no Porto. Os promotores das iniciativas – entre outros, António Monteiro, Ruy Luis Gomes e o jovem Alfredo Pereira Gomes – convidaram então, para proferir conferências no recém nascido Centro de Estudos Matemáticos do Porto – em 1942 – dois respeitados nomes de Lisboa: Bento de Jesus Caraça e José Vicente Gonçalves. As conferências de Caraça ficaram célebres[20] pela afluência brindada ao brilhante autor dos já publicados *Conceitos Fundamentais da Matemática*, mas Vicente Gonçalves excusou-se, no seu inimitável estilo: "podiam os colegas do Porto considerar que eu pensava ter alguma coisa que lhes ensinar"[21]...!

A isenção de juízo de Vicente Gonçalves encontra-se ilustrada na atitude que tomou nos alvores dos anos 60 ao empenhar-se na iniciativa feliz de José Gaspar Tei-

---

[18] Também na *Gazeta de Matemática*, publicada pela equipa da *Portugaliae*, acrescida do nome de Caraça, houve uma colaboração de Vicente Gonçalves em 1942 com um artigo sobre Henri Lebesgue.

Acrescente-se que Vicente Gonçalves foi sócio fundador da Sociedade Portuguesa de Matemática (nº 115) presidida no primeiro biénio (1941/42) por Pedro José da Cunha e sendo António Aniceto Monteiro, Aureliano Mira Fernandes e António Augusto Ferreira de Macedo, respectivamente, Secretário Geral, Presidente da Assembleia Geral e um dos secretários desta; no biénio seguinte seria Bento de Jesus Caraça o Presidente da Direcção.

[19] Quanto à efervescência matemática no Porto consulte-se por exemplo o texto de José Morgado, *Para a história da Sociedade Portuguesa de Matemática*, Dep. de Mat. da Univ. de Coimbra, 1995.

[20] Descritas por Alfredo Pereira Gomes em *Duas Lições na Universidade do Porto*, no quinzenário *Horizonte*, segundo o texto anteriormente citado de José Morgado.

[21] O comentário de Vicente Gonçalves foi-nos confiado por Alfredo Pereira Gomes.

xeira – com preciosas consequências para o posterior reconhecimento internacional do mérito de José Anastácio da Cunha[22] - de enviar ao historiador da matemática Adolfo Yuschkevitch[23], um microfilme de uma tradução francesa dos *Principios Mathematicos*, feito a partir de um exemplar do próprio Vicente Gonçalves. Essa atitude que hoje seria banal, não o era no tempo escuro da ditadura salazarista, onde só a menção da nacionalidade do soviético suscitava calafrios a muitos, mas não demoveu Gonçalves, sabedor porém das simpatias comunistas de Gaspar Teixeira que descreveu o rocambolesco episódio[24] e fez da sua parte a seguinte leal declaração: "Também quero, e em primeiro plano, fazer salientar o espírito de autêntico cientista e isenção do lente das Universidades de Coimbra e de Lisboa, José Vicente Martins Gonçalves, homem que sempre reputei conservador, mas que, natural, discreta e espontaneamente soube comportar-se com dignidade ímpar num caso de cooperação científica que, pelo acontecido, parecia colidir com situações de risco...!".

Só a "falta de elevação" lhe era tida como imperdoável. Ao ser-lhe solicitada uma opinião sobre certa carta anónima que circulou na Faculdade de Ciências de Lisboa aquando de um concurso denegrindo aliás um candidato que provavelmente não apoiava, dispara Vicente: "Uma carta anónima rasga-se!!"[25]. Não posso deixar de con-

[22] Este ilustre matemático e poeta foi profusamente comemorado em 1987, no bicentenário da sua morte mas o aparecimento intermitente de manuscritos inéditos dá bem a medida do que ainda há por fazer. Recentemente encontrámos uma glosa, num manuscrito que julgamos autógrafo, em espólio por estudar, disperso por alfarrabistas. O tema da glosa é: *Santas Leis da natureza / Que eu respeito, adoro, e sigo / Felizes todos os Entes / Se combinassem comigo.*

[23] São de A. P. Yuschkevitch os primeiros artigos que relançaram definitivamente o nome de Cunha na arena internacional: " J. A. da Cunha et les fondements de l'analyse infinitesimale", *Revue d'Histoire des Sciences*, vol. 26, 1973, "C. F. Gauss et J. A. da Cunha", *ibidem* vol. 31, 1978. Mas de crucial importância para esclarecer um ponto da interpretação de Yuschkevitch baseada num passo infiel da tradução francesa em que se apoiou, é o escrupuloso artigo de A. J. Franco de Oliveira, "Anastácio da Cunha and the concept of convergent series", *Actas do Colóquio sobre o Bicentenário da Morte de Anastácio da Cunha*, Universidade de Évora, 1987.

[24] José Gaspar Teixeira, "Um insólito caso de colaboração científica", *in* Actas do Colóquio Internacional *Anastácio da Cunha, o matemático e o poeta*, Imprensa Nacional – Casa da Moeda, 1990.

A ampla divulgação de um "retrato" de Anastácio da Cunha publicitando o Colóquio ilustra a "desprevenida confiança" a que se refere Gonçalves; felizmente o embuste viria a ser magistralmente desmontado por João Pedro Ferro, numa intervenção publicada em artigo nas Actas citadas: *Os supostos retratos de José Anastácio da Cunha.*

[25] Conforme testemunho de Jaime Campos Ferreira.

fessar que ao ver por vezes no nosso meio matemático actual tão pouca elevação – que se reflecte em crise na Sociedade Portuguesa de Matemática – me tolhe a angústia de saber que, houvessem alguns dos meus contemporâneos podido inspirar-se na exemplar estatura moral de Vicente Gonçalves, e o decurso de muitas situações sairia melhorado.

A elevação no trato, a profundidade no estudo e na análise, e o escrúpulo no juízo, não são atributos exclusivos nem de antigos nem de modernos; mas se ser antigo passa por saber ler o que há de moderno no antigo e ser moderno implica saber o que há de antigo no moderno, foi Vicente Gonçalves, sem dúvida um antigo e um moderno.

Agradecimentos

Quero deixar expressa a minha gratidão a todos os amigos que, facultando-me elementos, me ajudaram a compor as linhas que precedem e exprimir um especial agradecimento aos sobrinhos de Vicente Gonçalves, Luís Chichorro Marcão e António Manuel Hespanha pela forma aberta como me atenderam e pelas informações que me deram, e em particular pelas preciosas fotografias que o último pôs à minha disposição.

Coimbra, 4 de Dezembro de 1996

Paulo Almeida

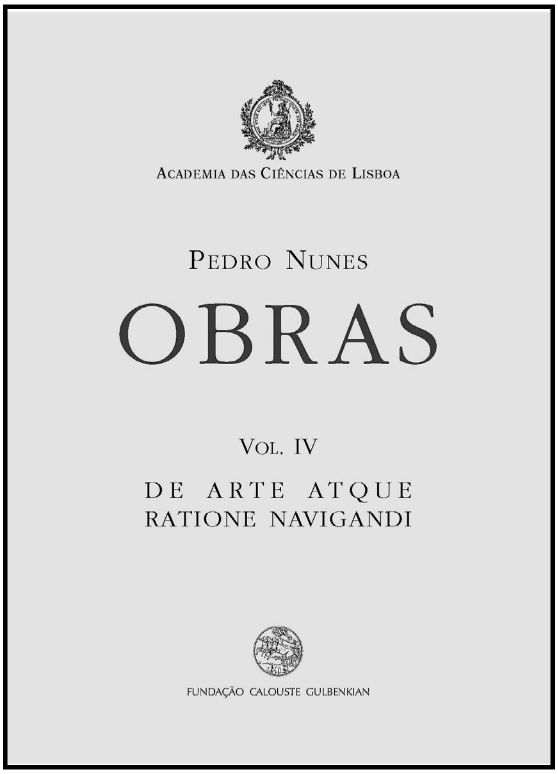
Publicação do *De arte atque ratione navigandi* de Pedro Nunes, vol. IV da edição da Academia das Ciências.

Um momento singular nos estudos de história da ciência portuguesa

Jorge Nuno Silva

O *Jornal de Mathemática Elementar* entrevistou Henrique Leitão, investigador do Centro Interuniversitário de História das Ciências e da Tecnologia, Pólo da Universidade de Lisboa, e Coordenador da Comissão Científica encarregue da publicação das *Obras de Pedro Nunes*, pela Academia das Ciências de Lisboa.

Jorge Nuno Silva (JNS): Foi publicado há alguns meses o vol. IV da edição das *Obras de Pedro Nunes*, de título *De arte atque ratione navigandi*, que é geralmente considerada a mais importante obra de Nunes. Podes dizer-nos alguma coisa acerca disso?



Henrique Leitão (HL): O *De arte atque ratione navigandi* [*Sobre a arte e a ciência de navegar*] é habitualmente considerado o mais importante livro de Pedro Nunes, e por isso também muito possivelmente o mais importante livro da ciência portuguesa. É uma obra notável, que aguardava há muitos anos, na verdade há muitas décadas, uma edição moderna, com tradução e notas, como a que foi agora apresentada.

JNS: Por que é que este livro demorou tanto tempo – várias décadas – a ser publicado?

HL: Porque levar a cabo uma publicação deste género é um empreendimento muito especial, que exige a conjunção feliz de vários factores, uma conjunção que raramente se dá.

JNS: Quais factores?

HL: Bem, para começar, um trabalho deste tipo, como é a edição de obras matemáticas do século XVI, só pode ser empreendido devido a um enquadramento institucional único. Por um lado a Fundação Calouste Gulbenkian, que desde a primeira hora e ao mais alto nível (através de vários administradores e directores, mas sobretudo o Prof. Diogo de Lucena) se empenhou nesta iniciativa, financiando-a, acompanhando-a, e removendo todas as dificuldades que sempre surgem em projectos deste tipo. Por outro lado, porque a Academia das Ciências de Lisboa se acometeu a este projecto com toda a decisão. Quem chefia a edição é um distinto académico e matemático, o Prof. Fernando Dias Agudo, sem a liderança do qual pouco ou nada teria sido possível fazer. É bom que todos saibam que Portugal contraiu uma dívida enorme para com estas duas pessoas, porque sem eles seguramente não haveria edição moderna das obras de Nunes.

Depois do enquadramento institucional era preciso que existisse a competência técnica e científica para o fazer. E sobre isto o que tenho a dizer é que sou o coordenador da Comissão Científica, e tem sido para mim um prazer e uma honra, e mais que tudo, uma contínua aprendizagem, trabalhar com o notável grupo de especialistas que constituem a Comissão Científica, que além de muito competentes nos seus campos têm sabido manter um espírito de entreajuda e uma dedicação ao trabalho incansáveis.

JNS. Quer dizer que no passado não houve esta conjunção.

HL. Sim, acho quase nunca a houve. Parece-me que em tentativas anteriores às vezes havia dinheiro e interesse das instituições, mas não havia talento nem "know-how"; outras vezes havia o saber, mas não existiam os recursos materiais. Não se deve minimizar a dificuldade de uma edição destas. Contam-se pelos dedos das mãos os países que têm instituições e pessoas com a capacidade, a determinação, e o saber para se acometerem a empreendimentos deste tipo.

JNS: O aparecimento desta obra teve algum impacto fora de Portugal?

HL: Bem, é preciso ver que se trata de um livro muito técnico, de acesso difícil, e para mais está em latim com tradução portuguesa. Portanto, uma obra para especialistas. Dito isto, sim, os especialistas estrangeiros que conhecem a obra estão muito satisfeitos com o seu aparecimento. Mas o principal nem sequer é isso. O principal é que Pedro Nunes se tornou num objecto de estudo fora de Portugal. Há historiadores estrangeiros a trabalhar sobre a sua obra, há congressos internacionais, etc.

JNS: E em Portugal, qual tem sido a reacção à publicação do livro?

HL: Tem sido muito bem recebido, diria eu. Não só os especialistas e os colegas se têm mostrado muito interessados, mas também os meios de comunicação perceberam que se tratava de uma ocasião muito especial. Devo dizer que só tive umas raras decepções, de pessoas que passaram anos a lamentar-se de que este livro não existia e agora não tiveram qualquer palavra (nem de elogio, nem de crítica, nem de comentário) para saudar o seu aparecimento. Mas isso foram excepções. Em geral o livro tem sido muito bem recebido.

JNS: Podes dar-nos uma ideia do conteúdo do livro e por que é que é tão importante?

HL: Isso é quase impossível! É tanta coisa. Repara: é a obra-prima de um matemático que era muito criativo e que juntou o melhor que tinha feito num só livro…Mas, bem, vou tentar. No livro está a melhor análise e crítica dos problemas técnicos com que se debatia a cartografia do século XVI e a proposta (revolucionária) da projecção em latitudes crescidas; estão lançadas as bases da navegação teórica, com a apresentação detalhada dos princípios matemáticos dessa nova disciplina; está um estudo matemático da curva loxodrómica, a primeira curva com um ponto assimptótico no espaço real conhecida na história da matemática; está a proposta de novos instrumentos e procedimentos náuticos; está a primeira explicação matemática da história do relógio de Acaz; está a identificação de um conjunto de erros matemáticos no livro de Copérnico; está a mais importante análise do problema dos barcos a remos publicada entre Aristóteles e Euler, etc. etc. Não conheço nenhum outro livro científico de autoria portuguesa que se lhe aproxime em criatividade, brilhantismo e impacto.

JNS: Sabemos que foste o coordenador de uma equipa que trabalhou na publicação deste livro, mas toda a gente está sobretudo impressionada com tuas anotações, quase 300 páginas de notas e comentários pormenorizados e eruditos. Uma coisa de uma dimensão e uma profundidade muito invulgar entre o que é habitual ver-se feito pelos historiadores nacionais.

HL: O que se passa é que o livro é muitíssimo importante, mas não é de leitura fácil. Imediatamente me dei conta que para tornar o livro minimamente acessível era preciso explicar muitas coisas ao leitor, identificando fontes, fornecendo algum contexto, esclarecendo as múltiplas pistas de influência do texto, etc. Como o livro é extenso, isso acabou por traduzir-se em muitas notas. Mas gostava de sublinhar o essencial: são apenas Notas; não são os estudos pormenorizados que o livro ainda precisa e que agora se espera (melhor: se reclama) que os historiadores venham a fazer. Se eu tivesse que produzir estudos detalhados de tudo o que está no livro, 300 páginas não chegavam; seriam precisas 3000…

JNS: Há cerca de dois anos foste eleito para a *Académie Internationle d'Histoire des Sciences*, uma distinção muito rara. És o único historiador da ciência português actualmente membro. Isso teve a ver com o teu trabalho com este livro?

HL: Talvez não directamente com este livro, mas penso que com toda a edição das obras de Pedro Nunes, sim. Espero que a partir de agora se venham a eleger mais portugueses – por exemplo, especialistas em jogos matemáticos que fazem no nosso país uma investigação única no mundo!

JNS: Este é um momento singular para os estudos da história científica portuguesa.

HL. Sim, e embora eu seja parte directamente interessada, acho que consigo ser suficientemente frio e distante para julgar correctamente. E confirmo: sim, a publicação do vol IV das *Obras de Pedro Nunes*, o mais importante texto da nossa história científica, é certamente um momento especial nos estudos de história da ciência portuguesa.

JNS: E depois disto? O que vais fazer?

HL: Bom, tenho vários outros projectos "em carteira", porque houve muitas coisas interessantes na história da matemática portuguesa que ainda estão completamente por contar. Há muitas obras e mesmo muitos matemáticos que ainda estão completamente inéditos. Talvez não exista nada com o nível de Pedro Nunes, mas é preciso nunca esquecer que as pessoas que habitualmente dizem que "não houve nada" na história científica do nosso país, não o dizem em resultado do seu estudo, mas simplesmente porque têm algum interesse (ideológico, político, etc.) investido na manutenção dessa ideia. Há muito ainda para contar. Uma coisa é certa: o *Jornal de Mathemática Elementar* será sempre o primeiro a saber as novidades!

JNS. Toma atenção, a promessa fica registada!!

As eleições legislativas de 2009

Carla Cardoso
EBI Quinta do Conde

Após um momento eleitoral intenso, que terminou com a auto-proclamação de vários partidos como vencedores, talvez importe olhar com mais cuidado a aplicação do método de Hondt ao tratamento dos resultados, e compará-lo com outras possibilidades.

Proponho uma reflexão sobre os resultados eleitorais do passado dia 27 de Setembro. Não do ponto de vista das alianças políticas ou das dificuldades de governabilidade sem uma maioria absoluta, mas um olhar sobre o tratamento de dados proporcionado pelo método de Hondt, e as diferenças que seriam introduzidas em alguns círculos eleitorais se fossem usados outros métodos de apuramento do número de deputados a eleger.

Em artigos anteriores foi-nos possível verificar, seguindo os passos de estudiosos desta área, que há métodos particularmente enviesados, como é o caso de Hondt favorecendo os partidos mais fortes, ou Adams beneficiando os mais fracos. No entanto, há também métodos cujo favorecimento não é tão facilmente visível, como o método de Hill adoptado nos Estados Unidos da América, ou o método de Webster, indicado como o método proporcional mais justo no que concerne à distribuição de poder entre os partidos mais fortes e os mais fracos.

Assim, verifiquemos o que encontraríamos ao usar o método de Webster na determinação do número de deputados eleitos por cada círculo.

Ao considerar o círculo de Braga, vemos que o método de Hondt proporciona a distribuição:

PS	9 deputados
PPD/PSD	6 deputados
CDS-PP	2 deputados
B.E.	1 deputado
PCP-PEV	1 deputado

Usando o método de Webster obter-se-ia:

PS	8 deputados
PPD/PSD	6 deputados
CDS-PP	2 deputados
B.E.	2 deputados
PCP-PEV	1 deputado

Olhemos os resultados de cada partido, com vista a tentar perceber qual das duas distribuições melhor reflecte a vontade dos eleitores de Braga:

PS	207 695
PPD/PSD	153 448
CDS-PP	48 158
B.E.	38 898
PCP-PEV	23 037

Com um número total de votantes de 471 236 e a eleição de 19 deputados, temos um número aproximado de 24 802 pessoas por representante. Olhando a tabela abaixo, constata-se que na solução proposta por Hondt o número médio de pessoas por deputados está mais distante do valor de referência, 24 802, que a proposta de Webster:

	Número de votantes	Hondt		Webster	
		Deputados eleitos	Número médio de pessoas por representante	Deputados eleitos	Número médio de pessoas por representante
PPD/ PSD	207.695	9	23 077	8	25 962
B.E.	38 898	1	38 898	2	19 449

Esta situação verifica-se também nos círculos de Aveiro, Beja, Faro, Porto e Setúbal: as mudanças propostas por Webster aproximam melhor o número médio de votantes por deputado que a distribuição de Hondt. Vejamos as diferenças entre as duas distribuições:

		PS	PPD/ PSD	CDS-PP	B.E.	PCP-PEV
Açores	Hondt	3	2	0	0	0
	Webster	2	2	1	0	0
Aveiro	Hondt	6	7	2	1	0
	Webster	6	6	2	2	0

Beja	Hondt	2	0	0	0	1
	Webster	1	1	0	0	1
Braga	Hondt	9	6	2	1	1
	Webster	8	6	2	2	1
Faro	Hondt	3	3	1	1	0
	Webster	3	2	1	1	1
Leiria	Hondt	4	4	1	1	0
	Webster	3	4	1	1	1
Porto	Hondt	18	12	4	3	2
	Webster	17	12	4	4	2
Setúbal	Hondt	7	3	1	2	4
	Webster	6	3	2	2	4
Viana do Castelo	Hondt	3	2	1	0	0
	Webster	2	2	1	1	0
Vila Real	Hondt	2	3	0	0	0
	Webster	2	2	1	0	0
Viseu	Hondt	4	4	1	0	0
	Webster	3	4	1	1	0

Em termos nacionais temos:

2009	Método de Hondt	Método de Webster
PS	96 deputados	88 deputados
PPD/PSD	78 deputados	76 deputados
CDS-PP	21 deputados	24 deputados
B.E.	16 deputados	21 deputados
PCP-PEV	15 deputados	17 deputados

Neste ambiente, desconhecendo à data de elaboração deste artigo os resultados dos círculos eleitorais do estrangeiro, não se verifica alteração na ordenação das forças políticas quanto ao seu peso na Assembleia da República, no entanto os partidos mais fracos ganham ainda mais força do que a obtida com a aplicação do método de Hondt.

A situação é bastante diferente se olharmos os resultados das eleições legislativas anteriores, as que tiveram lugar em 2005. Ao aplicar o método de Webster aos resultados eleitorais de 2005, aos mesmos círculos eleitorais excluindo o estrangeiro, vemos que o Partido Socialista perde a maioria absoluta e o CSD-PP e Bloco de Esquerda vêem igualado o seu número de deputados: aqui, ao contrário de 2009, o método de Webster teria provocado alterações significativas na história política do nosso país. Os 45.05% de votos conseguidos pelo partido mais votado não lhe teriam garantido, por Webster, a maioria absoluta: este pode ser um exemplo evidente da defesa da estabilidade democrática, do favorecimento dos partidos mais fortes, que caracteriza o método de Hondt.

Eleições Legislativas de 2005		
	Método de Hondt	Método de Webster
PS	120 deputados	108 deputados
PPD/PSD	72 deputados	70 deputados
CDS-PP	12 deputados	15 deputados
B.E.	8 deputados	15 deputados
PCP-PEV	14 deputados	18 deputados

Tal como seria de esperar, o método de Hondt proporciona maior representatividade aos partidos mais fortes, dificultando a eleição de representantes de menor dimensão. Esta é uma característica importante nos estados democráticos: a defesa da regularidade, da estabilidade do mapa político, em detrimento de fortes oscilações que podem ser nocivas à condição de governabilidade de um estado democrático.

Mas será que no caso particular de 2009 o método de Hondt proporciona os resultados mais justos? Recordemos que o método de Webster é apontado como o método de representação proporcional mais equitativo, que melhor harmoniza a representatividade de partidos fortes e fracos. Não obstante, neste caso particular vemos que das onze situações (círculos eleitorais) em que se encontram diferenças entre as duas distribuições, apenas em seis delas Webster parece, de facto, ser mais justo que Hondt; claro que seis em onze não deixa de ser maioria…

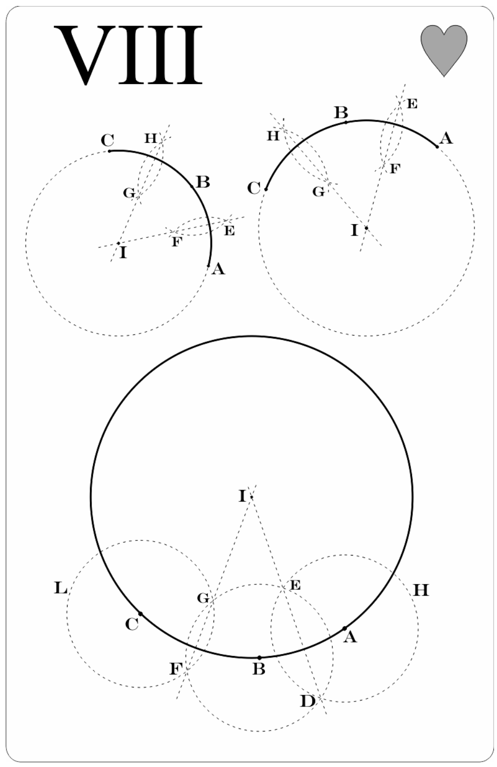
Em jeito de conclusão, apraz-me dizer que se vimos no último artigo, em que foi explorada a distribuição do número de mandatos por círculo, que parece injustificável que tal seja feito recorrendo ao método de Hondt em detrimento de uma proporcionalidade mais justa e directa, aqui, perante a eleição de representantes do povo e decisores, ganha mais força o argumento associado à estabilidade provocada por Hondt. No entanto, não creio que os resultados de Webster pudessem ser considerados excessivamente tendenciosos ou incitadores de instabilidade democrática, até porque este é o método mais justo quando estudado do ponto de vista teórico – não se trata aqui de substituir Hondt por um método tendencioso, como Adams…

O BARALHO PEDAGÓGICO DE DESCARTES

Oito de copas

Marisa Ferreira

No Oito de Copas, Descartes, apresenta duas novas *Proposições*, relacionadas com as da carta anterior. Na primeira *Proposição* como terminar uma circunferência começada, cujo centro se desconhece, e na segunda descrever uma circunferência dados três pontos.



Proposição X: Terminar uma circunferência começada, em que o centro se perdeu.

Proposição IX: Descrever uma circunferência por três pontos dados.

SOBRE O LIVRO DE RON AHARONI

(Parte 4)

Carlos Pereira dos Santos
ISEC

Ron Aharoni, professor de matemática no Instituto de Tecnologia em Israel, aceitou o convite de um amigo para ensinar matemática no ensino básico. Desde então, tem dedicado muito do seu tempo a esta fascinante aventura. Escreveu um livro que pode servir de referência a professores e a todos os que se interessam pelo ensino da matemática básica.

PARTE 4: Olhando para o primeiro livro de matemática de Singapura (Continuação)

O quinto capítulo do primeiro livro de matemática em Singapura trata dos ordinais. Eis as primeiras páginas relacionadas com o assunto:

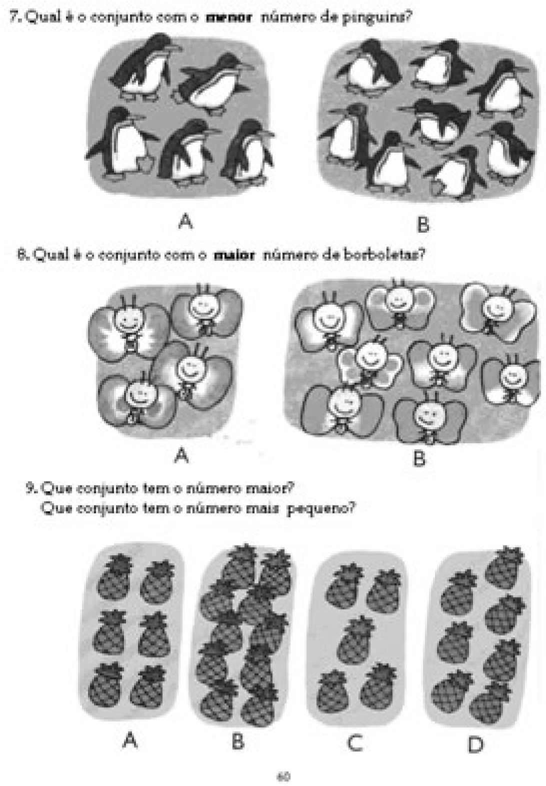
Repare-se novamente no cuidado que se tem com cada página deste livre. É dada especial importância ao facto da ordenação estar intimamente associada a um *ponto de referência*. "Onde começa a contagem?" é a pergunta que se convida às crianças.

Outro pormenor que mostra a preocupação que se tem em separar sempre a base fundamental de cada conceito: pode ver-se na segunda página a ilustração explícita da relação que as primeiras 5 crianças têm com a 5^{a} posição. O rapaz com o B só é o 5^{o} porque até ele, contando consigo, existem exactamente 5 crianças.

Relembremos uma página anterior deste livro que já mostrámos num artigo anterior:

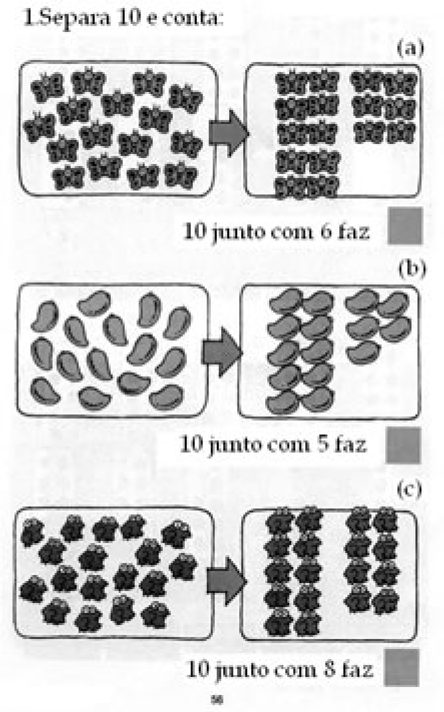
Esta página vinha imediatamente depois da abordagem do conceito de igualdade (baseado na correspondência de um para um).

Depois dos ordinais aparece a página seguinte:



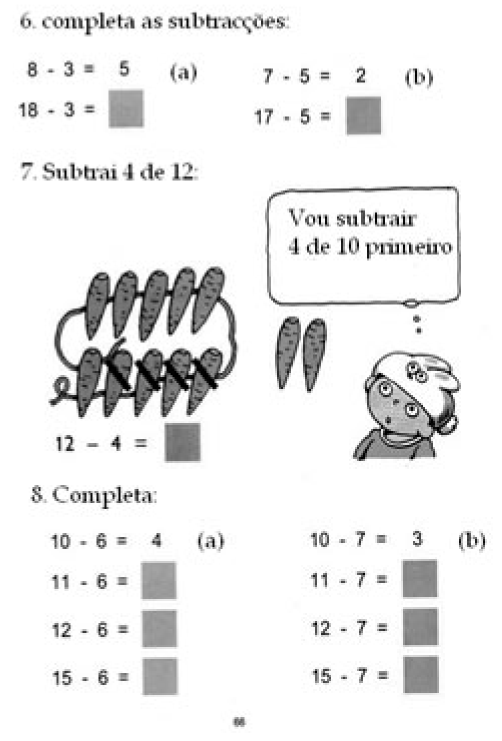
O leitor menos atento pode pensar que isto é tudo mais do mesmo. No entanto não é. Esta página é sobre ser maior e menor. É sobre a relação de ordem instituída: deve aparecer apenas depois de se já ter falado dos números ordinais. É absolutamente incrível a importância dada à ordem e às palavras neste primeiro livro de Singapura. Ainda que possa parecer tudo uma trivialidade há um imenso cuidado em todos os pormenores.

Depois do capítulo 5 vem a organização numérica envolvendo dois dígitos.



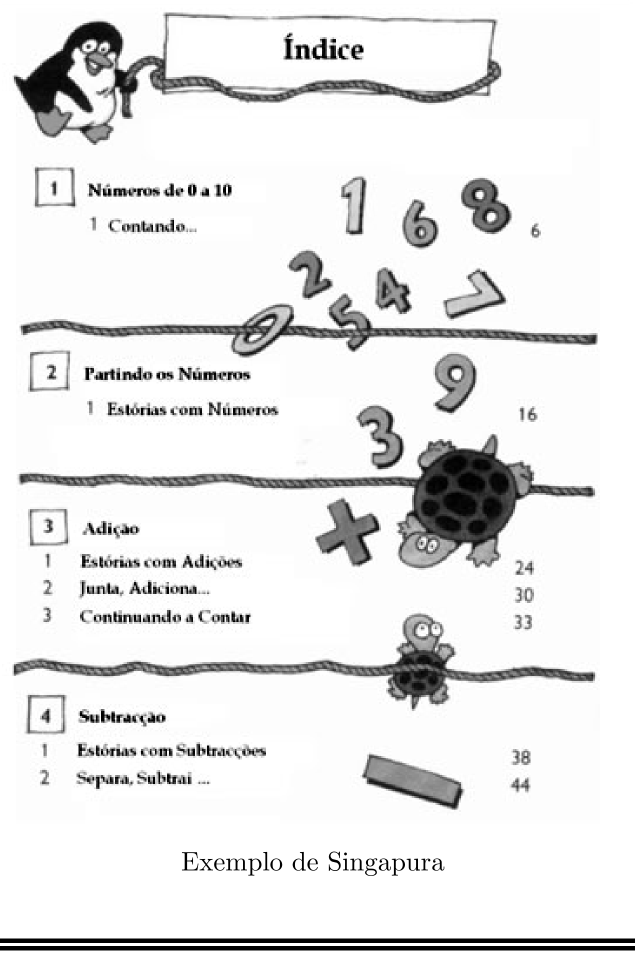
Tudo foi preparado até aqui. Não se trata aqui da obtenção do resultado de 10+6. O que é apresentado é um conjunto de 16 borboletas para, em seguida, ser feita uma organização (tanto isto foi feito no segundo capítulo!). Realmente esse é um conceito fundamental do nosso sistema. O 10 foi escolhido por nós. A organização é nossa! Realmente não temos culpa em ter 10 dedos, mas a responsabilidade da organização do sistema numérico que usamos é nossa. Sendo assim, mostremos taxativamente essa organização à criança. 16 é um fruto de organização: não é o mero resultado de 10+6. Mais, a criança será preparada para compreender bem que a escrita "16" é rica e encerra em si a importante informação de que o número foi organizado com base na partição uma dezena junto com seis unidades. A criança é conduzida para perceber que um sistema posicional não é mais que *uma organização numérica com base em partições escolhidas por nós.* A partir daqui é em crescendo:

As páginas seguintes são fantásticas para quem entra no espírito deste livro. O objectivo consiste em dar boas ilustrações para esquemas mentais importantes. Precisamente os esquemas mentais que fazem com não contemos pelos dedos. Realmente, se pensarmos bem, nós não contamos pelos dedos porque conhecemos de forma enraizada as partições da dezena e dos números inferiores à dezena (segundo capítulo!). Isso permite-nos fazer pontes com a dezena mais próxima e usar esse conhecimento enraizado. Toda a ordem do livro tem este facto como pressuposto e como meta para as crianças.



Repare-se na página da direita da última figura. Mais um assunto que tem alguma importância. Muitos de nós executa mentalmente uma operação como 13-5 da seguinte forma: Tiramos 3 atingindo o 10 e depois tiramos mais 2. Essa é uma ponte possível e saudável. A proposta dos livros de Singapura consiste em incutir nas crianças a sequência que consiste em tirar 5 de 10 e depois somar 3. É discutível a questão de saber qual é a melhor. O segundo método tem a vantagem de não se operar depois do número 10 e de ser mais fácil uma visualização gráfica. No entanto, parece ser um pouco mais sofisticado, envolvendo duas operações. Uma coisa é certa: os autores deste livro pensam muito neste tipo de questões. São exactamente estas questões relacionadas com ordem, metas bem sustentadas, abordagens sistemáticas, oralidade, exemplos bem escolhidos, etc., que influenciam a qualidade de um livro com este teor.

A título de curiosidade, apresentamos uma comparação brevíssimo entre um livro português e este livro de Singapura (uma comparação de uma só página). O objectivo não é a maldizência, mas sim fazer pensar um pouco nestas questões pelo que não vamos dizer o nome do livro que usámos para fazer esta comparação (comparação que vale o que vale). Olhemos apenas para os índices dos dois livros lado a lado: pensamos que esse olhar dispensa comentários...


Índice

Exemplo de Singapura

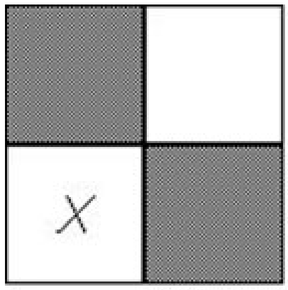
Exemplo de Portugal

PROBLEMA DO MÊS (XVII)

Dois números de soma um

Pedro Palhares
Universidade do Minho

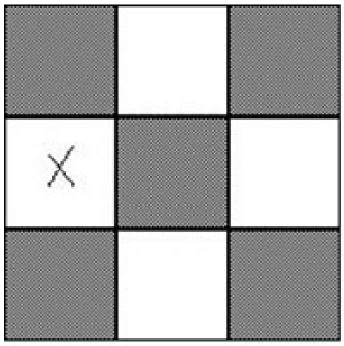
No problema XV dizia-se que se considerássemos o tabuleiro do lado e começássemos no quadrado marcado com x, seria fácil encontrar um caminho em movimentos horizontais ou verticais a passar por todos os quadrados uma e uma só vez. Dizia-se ainda ser até fácil de ver que há apenas dois tais caminhos.



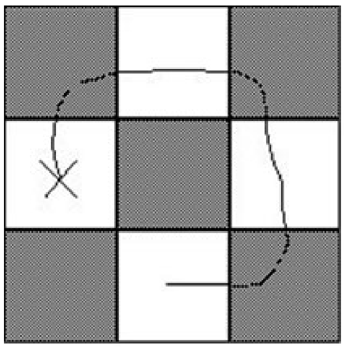
Perguntava-se então o que aconteceria se aumentássemos o tabuleiro (nxn) mantendo o começo do caminho no quadrado imediatamente abaixo do superior esquerdo.

No último número dava-se como pista a recomendação de que ao analisar se considerasse separadamente os tabuleiros de ordem par e os de ordem ímpar.

Seguindo a pista dada, tentando resolver o problema para a ordem ímpar, vou começar por considerar o tabuleiro de 3 por 3.

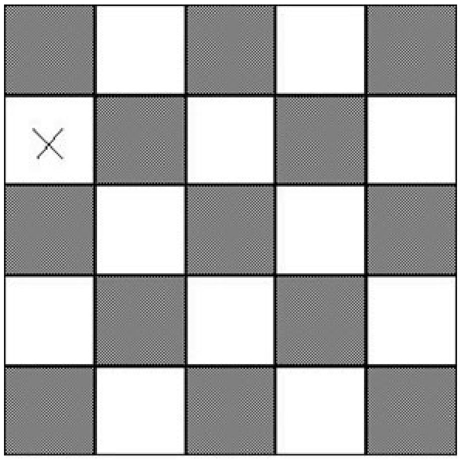


Ao tentar construir um caminho a partir de cima, vê-se facilmente que não é possível completá-lo em algum ponto do percurso. Por exemplo, no caminho de baixo, chegamos a um ponto em que a opção por um dos quadrados sobrantes implica que o outro não venha a ser atingido.



Algumas experiências mais levar-nos-iam a verificar que o quadrado sobrante é sempre de cor preta. Na verdade há uma razão para isso. É que neste tabuleiro 3 por 3 há quatro quadrados de cor branca e cinco de cor cinzenta. Se começamos num de cor branca inevitavelmente segue-se um de cor cinzenta, depois um de cor branca, etc, de modo que ao fim de sete quadrados percorridos restam dois de cor cinzenta que não podem ser ambos percorridos ficando um de fora.

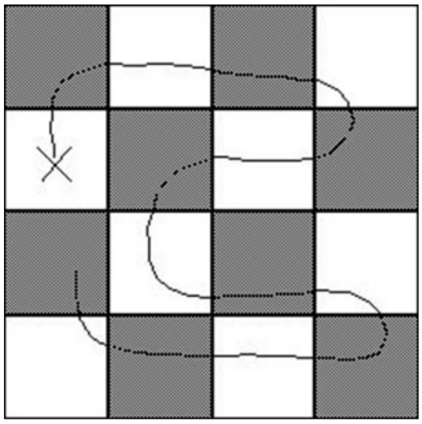
Se pensarmos num tabuleiro de 5 por 5, este também terá um desequilíbrio de cores que implica sobrar um quadrado da cor complementar à do quadrado inicial do percurso, como se pode ver no caso do tabuleiro que se dá exemplo ao lado.



A partir de agora podemos pensar no caso geral de um tabuleiro de ordem ímpar com a certeza que com início no quadrado imediatamente abaixo do canto superior esquerdo não se pode conseguir um caminho que passe por todos os quadrados.

É que começando por um quadrado da cor com menos quadrados, e tendo de haver alternância de cores, o penúltimo quadrado será da mesma cor do último e então a necessidade de alternância implica não se poder completar o percurso. Seria evidentemente diferente se começássemos pelo quadrado superior esquerdo, pois aí podia haver caminho e mais ainda, uma maneira fácil de construir um caminho seria fazê-lo linha a linha, embora houvesse mais caminhos possíveis.

Quanto ao caso do tabuleiro de ordem par, já tinha sido visto que no de ordem 2 é possível fazer um caminho e até se tinha visto haver dois possíveis. No caso do tabuleiro de ordem 4, é fácil de ver que há pelo menos um caminho:

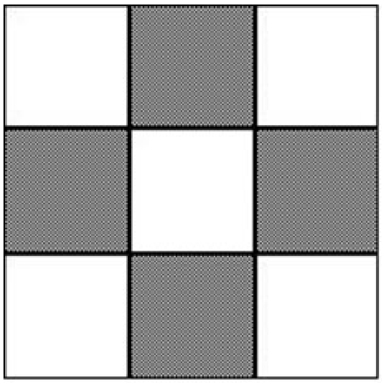


É aliás fácil de ver que este esquema é válido para tabuleiros de ordem par superior o que nos garante a existência de caminho para tabuleiros de ordem par, pelo menos este então: sobe, percorre a 1.ª linha, vem na 2.ª linha até ao penúltimo quadrado, depois percorre as linhas seguintes sempre até ou a partir do penúltimo quadrado à esquerda, até que chegando à última linha se vem até ao quadrado inicial.

Uma questão diferente é saber quantos caminhos existem. Este arrazoado já vai longo de modo que vou deixar este problema que por si só parece um desafio à altura dos leitores mais afoitos.

******

No número anterior apresentei o seguinte problema:



Dois jogadores alternam a colocar peças num tabuleiro 3x3 (uma apenas por cada quadrado). Cada jogador, na sua vez, pode colocar quantas peças quiser numa mesma linha vertical ou horizontal. O vencedor é o jogador que colocar a última (nona) peça.

É melhor jogar em primeiro ou em segundo? E se o tabuleiro fosse 4x4?

Para quem ainda não conseguiu obter uma resposta, recomendo que para começar, analise o que se passa com o tabuleiro 1x1 e com o tabuleiro 2x2.

******

Para este número seleccionei o seguinte problema:

Peguemos em dois números A e B, cuja soma seja 1. Quadremos A e adicionemos B; quadremos B e adicionemos A. Qual a diferença entre os números obtidos? Que números podem ser estes?

Quem quiser comentar ou apresentar solução pode fazê-lo enviando e-mail para *palhares@iec.uminho.pt*, colocando problema do mês como título.

GEOMETRIA DA RÉGUA

Parte II

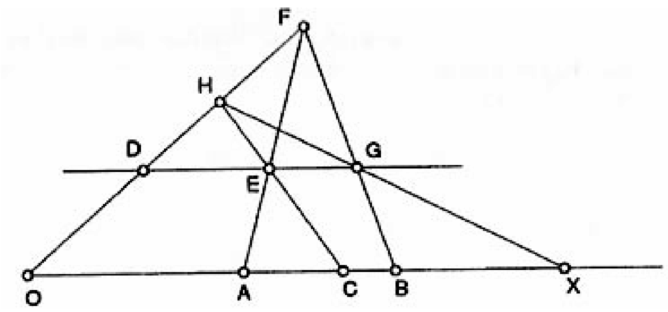
Liliana Monteiro

Resultado 5: Se p e q são *números de régua* distintos, então $p+q$ e $p-q$ são *números de régua.*

Demonstração: Este resultado é consequência do anterior.

Resultado 6: Sejam O e A pontos de régua distintos. Se os *pontos de régua* B e C pertencerem a $\dot{O}A$ e forem distintos de O, o ponto X em $\dot{O}A$, tal que $\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{OX}}$, é um *ponto de régua.*

Demonstração: Seja D um *ponto de régua* que não pertence a AO. A recta paralela a AO que passa por D é *uma recta de régua*. Uma vez que, pelo resultado 4, esta recta contem pelo menos três pontos diferentes de D, existe um *ponto de régua* E nesta recta, tal que AE e OD não são paralelas e CE e OD não são paralelas.



Sejam então F a intersecção de AE e OD, H a intersecção de CE e OD, G intersecção de BF e DE, e X a intersecção de HG e OA.

Por construção, X é um ponto de régua e $\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{DG}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{OX}}$, como pretendíamos.

Resultado 7: Se p, q e r são *números de régua* e $r \neq 0$, então pq e $\frac{p}{r}$ são *números de régua*.

Demonstração: Pelo resultado 6 temos que $\overline{OX} = \frac{\overline{OB}\,\overline{OC}}{\overline{OA}}$.

Suponhamos, sem perda de generalidade (devido ao resultado 5), que p, q e r são positivos.

Consideremos $O = (0,0)$, $A = (1,0)$, $B = (p,0)$ e $C = (q,0)$. Temos que $\overline{OX} = pq$, pelo que pq é um *número de régua*.

Consideremos agora $O = (0,0)$, $A = (r,0)$, $B = (p,0)$ e $C = (1,0)$. Temos que $\overline{OX} = \frac{p}{q}$, pelo que $\frac{p}{r}$ é um *número de régua*.

Resultado 8: Um ponto é um *ponto de régua* sse as suas coordenadas forem números racionais.

Demonstração: Por definição, o ponto $(1,0)$ é um *ponto de régua*. Pelo resultado 5, vem então que $(n,0)$ é um *ponto de régua* para qualquer $n \in \mathbb{Q}$. Pelo resultado 7, concluímos que $\left(\frac{m}{n},0\right)$ é um *ponto de régua* para quaisquer $n,m \in \mathbb{Q}$ com $n \neq 0$. Deste modo, $(r,0)$ é um *ponto de régua* para qualquer $r \in \mathbb{Q}$.

O eixo das ordenadas, $x = 0$, é uma *recta de régua*. O ponto $(0,r)$ é a intersecção do eixo das ordenadas com a *recta de régua* paralela a $x + y = 1$ que passa por $(r,0)$, pelo que, por aplicação do resultado 3, é um *ponto de régua* para qualquer $r \in \mathbb{Q}$.

Pelo resultado 3, as rectas de equações $x = r$ (paralela ao eixo das ordenadas que passa por $(r,0)$) e $y = s$ (paralela ao eixo das abcissas que passa por $(0,s)$), são *rectas de régua* para quaisquer $r,s \in \mathbb{Q}$.

Consideremos então $r,s \in \mathbb{Q}$. As *rectas de régua* de equações $x = r$ e $y = s$ intersectam-se no *ponto de recta* (r,s). Deste modo, se as coordenadas de um ponto forem números racionais, esse é um *ponto de régua*.

O recíproco é imediato pela definição inicial de *ponto de régua* e de número racional. Deste modo, se (r,s) é um *ponto de régua* então $r,s \in \mathbb{Q}$.

Este último resultado prova que a Geometria da Régua nos permite construir todo o corpo dos números racionais.

Referências Bibliográficas:

[Mar98] George E. Martin, *Geometric Constructions*, Springer-Verlag, New York, 1998

[Mont09] Liliana Monteiro, *Fundamentos Matemáticos do Origami*, Associação Ludus, Lisboa, 2008

Índice